# ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№ 2889.


## Ueber die Bestimmung der täglichen Nutation.


Von *F. Folie.*


Im Laufe des Jahres 1888 suchte ich die Methoden auf, nach welchen die tägliche Bewegung der Erdaxe, sowie ihre Constanten, ersichtlich werden, und wandte dieselben zur Berechnung der an verschiedenen Orten gemachten Beobachtungen an.

Diese Methoden zerfallen in zwei Classen, je nachdem man die Beobachtungen von zwei, womöglich um 6 Stunden von einander entfernten Orten gebraucht, oder sich auf am nämlichen Orte gemachte Beobachtungen stützt.

Im ersten Falle empfehle ich der Aufmerksamkeit der Astronomen das Verfahren, welches darin besteht, die Constanten der täglichen Nutation durch die Vergleichung der Cataloge zweier Sternwarten festzustellen; zu diesem Zwecke wählte ich die neuen Cataloge von Paris, Pulkowa und Brüssel, welche ich mit demjenigen von Washington (Yarnall) verglich.

Falls ein Astronom geneigt wäre, die tägliche Nutation durch Vergleichung anderer Cataloge zu bestimmen, müsste er folgende Formeln gebrauchen:

$\Delta^2\alpha$ und $\Delta^2\delta$ bezeichnen die Differenzen in AR. und Decl. eines nämlichen, an beiden Sternwarten (westlich und östlich) bestimmten Sterns, $l$ ihre Differenz in der Länge, $c$ die Summe $\operatorname{cotg}\omega + 0.4354$, $\omega$ die Schiefe der Ekliptik, $\varepsilon$ den zufälligen Fehler jeder individuellen Differenz;

$$1)\qquad \Delta^2\alpha + (c\sin 2\alpha + \operatorname{tg}\delta\cos\alpha)\,x + (-c\cos 2\alpha + \operatorname{tg}\delta\sin\alpha)\,y = \varepsilon\,;$$

$$2)\qquad \Delta^2\delta + \sin\alpha\,x - \cos\alpha\,y = \varepsilon\,.$$

Man kann die Gleichungen 1) oder 2) gesondert für eine grosse Zahl von Sternen anwenden und $x$, $y$ durch die Methode der kleinsten Quadrate suchen. Die Systeme 1) und 2) können auch gleichzeitig angewendet werden.

Kennt man $x$ und $y$, so hat man $\operatorname{tg} 2L_m = \dfrac{x}{y}$; $L_m$ bezeichnet die östliche Länge des ersten Meridians von dem mittleren Meridian zwischen den zwei Sternwarten gezählt, und die Constante der täglichen Nutation wird

$$N_d = \frac{x}{2.312\sin l\sin 2L_m}$$

oder

$$= \frac{y}{2.312\sin l\cos 2L_m}\,.$$

Im Nachfolgenden gebe ich ein anderes Verfahren, welches erlaubt, in einer einzigen Nacht die tägliche Nutation nachzuweisen.

Zuvor wird es wohl nicht unnütz sein, auf die bis jetzt gewonnenen Schlüsse aufmerksam zu machen.

| Methoden | Sternwarten | $N_d$ | Länge E. von Paris |
|---|---|---|---|
| Vergleichung der Cataloge in AR. | Paris - Washington | 0."0885 ± 0."0084 | $5^h 31^m \pm 2^m8$ |
| » » » » Decl. | » | 0.508 | 4 26 |
| » » » » AR. | Pulkowa - Washington | 0.1655 ± 0.006 | 8 22 $\pm 9^m$ |
| » » » » Decl. | » | 0.2353 ± 0.006 | 8 36 ± 1 |
| » » » » AR. | Brüssel - Washington | 0.071 | 12 27.5 |
| » der AR. von $\delta$ Urs. min. | Paris - Washington | 0.056 | 8 52 |
| Beobachtungen der Polarissima | Kiew | 0.209 | 9 19 |
| » von $\alpha$ Ursae min. | Harvard College | 0.077 | 9 29 |
| » » 117 Polzone | Bonn | 0.136 | 11 1 |
| » » 297 » | » | 0.22 | 12 7 |
| » » $\gamma$ Ursae min. | Brüssel | 0.10 | 10 25 |
| » » $\alpha$ » | Pulkowa | 0.18 | 11 45 |
| » » $\delta$ » | » | 0.32 | 8 41 |
| » » $\alpha$ » | Greenwich | 0.12 | 10 17 |
| » » $\alpha$ » | Washington | 0.17 | 11 36 |
| » » $\sigma$ Octantis | Cordoba | 0.11 | 10 17 |
| » » $\alpha$ Lyrae | Washington | 0.095 | 8 48 |
| 2 Beobachtungen von $t$ und $Q$ (Sept. 26) | Cointe (Lüttich) | 0.19 | 9 43 |
| 4 » » $P$ (Dec. 2) | » | 0.45 | 11 26 |
| 2 » » $P$ und $Q$ ( » 4) | » | 0.30 | 4 21 |
| 2 » » $P$ und $Q$ ( » 7) | » | 0.20 | 10 37 |

Diese Resultate werden wohl beweisend genug erscheinen, um die Astronomen von der Existenz der täglichen Nutation zu überzeugen.

In dem letzten Beispiele sieht man, wie leicht es ist, durch die Beobachtungen zweier, dem Pole nahe stehender Sterne, mit einem Zeitintervall von ungefähr 6 Stunden, ihre Existenz nachzuweisen, ich möchte sagen, ihre Constanten festzustellen.

Deshalb hoffe ich, dass diejenigen Sternwarten, welche ein genügend starkes Passagen-Instrument besitzen, sich bestreben werden, gleichzeitig mit mir diese Beobachtungen fortzusetzen.

Die zu dieser Bestimmung günstigsten drei Sterne werden leicht mittelst einer dem Brüsseler Annuaire für 1889 beigegebenen Karte gefunden werden. Die kleinen Buchstaben ohne Strich sind diejenigen Carrington's.

Bemerken muss ich noch, dass ich während der Monate October und November gesucht habe, diese Bestimmung durch Beobachtungen der zwei Sterne $t$ und $t'$, welche ungefähr $12^h$ in AR. von einander abstehen, auszuführen. Dies wäre theoretisch sehr vortheilhaft. Meine Beobachtungen ergaben aber viel zu hohe Werthe für die Constante der täglichen Nutation. Das ungünstige Resultat wird wohl davon herrühren, dass der Stern $t'$, vom Pole ungefähr $8'\!.5$ entfernt, sich bei der einen Beobachtung nahe am Rande des Feldes befand, und so eine Abweichung in der Position des Bildes stattgefunden hat. Etwas Aehnliches scheint Loewy ebenfalls bemerkt zu haben.*)

Wenn man also nicht sehr genaue Untersuchungen über den reellen Abstand zwischen dem beweglichen Faden und dem Centrum des Fadennetzes für die Entfernungen über 3′ machen will, so wird man genöthigt, auf vom Pole entferntere Sterne zu verzichten.

Von den drei Sternen, welche ich in der Nähe des Pols fand, ist nur einer, $t$, von $10^1/_2$ter Grösse; die zwei anderen, $P$ und $Q$, sind 12ter bis 13ter Grösse.

Auf's strengste genommen, könnte man sich mit der Beobachtung des ersten begnügen; das Beispiel vom 2. Dec. zeigt, dass man aus der Beobachtung eines einzigen Sterns die Constanten der täglichen Nutation ableiten kann. Mehrere zu gebrauchen, wird aber schneller und sicherer sein.

Diese Methode hat auch den grossen Vortheil, die Collimations-Fehler sowie diejenigen des Azimuths, der Neigung und der Abweichung der Verticalen zu eliminiren.

Ich habe mich auf die azimuthalen Beobachtungen von $P$ und $Q$ beschränkt, da sich die Beleuchtung der horizontalen Fäden nicht genügend blenden liess, um diese schwachen Sterne in Declination zu pointiren.

Die auf diesen Fall bezüglichen Formeln werde ich hier mittheilen. Falls man die Declinations-Beobachtungen gemacht hätte, würden sie einfacher sein. Sie sind den Astronomen bekannt.

Die Formeln, welche ich zur Bestimmung der AR. des Sterns aus zwei azimuthalen Beobachtungen gebrauche, sind die folgenden:

Aus der bekannten Gleichung

$$\operatorname{tg}\delta\cos\varphi = \sin\varphi\cos(t-\alpha) - \sin(t-\alpha)\operatorname{cotg}A \quad (1)$$

in welcher $\varphi$ die Breite; $t$ die Sternzeit des Orts für den Augenblick der Beobachtung; $\alpha$, $\delta$, $A$ die AR., die Decl. und das Azimuth des Sterns bezeichnen, bildet man zuerst folgende Gleichung, indem man sie auf zwei nach einander folgende Beobachtungen anwendet und das Glied in $\sin\varphi$, welches den andern gegenüber für Sterne, die ungefähr 3′ vom Pole abstehen, gewöhnlich sehr klein ist, vernachlässigt:

$$\frac{\sin(t_1-\alpha_1)}{\sin(t_2-\alpha_2)} = \frac{\operatorname{tg}A_1}{\operatorname{tg}A_2}$$

und daraus

$$\operatorname{tg}[{}^1/_2(t_1+t_2)-\alpha] = \operatorname{tg}{}^1/_2(t_2-t_1)\frac{\sin(A_2+A_1)}{\sin(A_2-A_1)}. \quad (2)$$

Diese Gleichung giebt das Mittel $\alpha$ der AR. des Sterns in den zwei Momenten der Beobachtung.

Man kann nun die Gleichung (1) zur Berechnung der Werthe der Declination des Sterns in diesen beiden Momenten anwenden.

Setzt man $\operatorname{tg}q = \operatorname{tg}(t-\alpha)\operatorname{cotg}A\sec\varphi \quad (3)$

so wird man $\operatorname{tg}\delta = \dfrac{\cos(t-\alpha)\sin(\varphi-q)}{\cos\varphi\cos q} \quad (4)$

haben. Aus dieser Gleichung (4) wird man die Werthe von $\delta$ für die zwei Beobachtungen ziehen.

Endlich macht man

$$\frac{\operatorname{cotg}A}{\sin\varphi} = \operatorname{cotg}A'$$

und zieht aus der Gleichung (1)

$$\sin(A'-t+\alpha) = \sin A'\operatorname{tg}\delta\operatorname{cotg}\varphi. \quad (5)$$

Diese letzte Gleichung ebenfalls auf die zwei Beobachtungen angewendet, wird die zwei entsprechenden Werthe der AR. des Sterns geben.

Die Differenz dieser zwei Werthe wird eine Relation zwischen beiden Constanten der täglichen Nutation liefern: ihrem Coefficienten $N_d$, und der östlichen Länge $L$ des ersten Meridians in Bezug auf den Ort der Beobachtung.

Die zweite Beobachtung lässt sich auf ähnliche Weise mit der dritten verbinden und giebt eine analoge Gleichung. Die zwei Unbekannten sind also bestimmt.

Bezeichnet man mit $\Delta\alpha$ die Differenz der beobachteten AR. (mit einem ungefähren Abstande von 6 Stunden), mit $l$ dieses Zeitintervall, mit $m$ und $n$ respective die Ausdrücke $\operatorname{cotg}\varepsilon+\sin\alpha\operatorname{tg}\delta$ und $\cos\alpha\operatorname{tg}\delta$, mit $\Sigma_1$ und $\Sigma_2$ die Functionen der Argumente der täglichen Nutation, deren Ausdruck weiter unten gegeben wird, so sind die Gleichungen, welche sich aus meiner Theorie der täglichen Nutation ableiten lassen, wenn man die Glieder, welche nicht $\operatorname{tg}\delta$ enthalten, vernachlässigt

$$\Delta\alpha = 2\sin l\operatorname{tg}\delta\,([\Sigma_1\sin(\alpha+l)-\Sigma_2\cos(\alpha+l)]\,y + [\Sigma_1\cos(\alpha+l)+\Sigma_2\sin(\alpha+l)]\,x). \quad (7)$$

*) Im 6zölligen Meridiankreise von Repsold, in Brüssel, sieht man nur schwer den Stern $t$, und $P$ und $Q$ gar nicht; wahrscheinlich wegen des diffusen Gaslichtes der Stadt.

In dieser Gleichung ist $x = N_d \sin 2L$; $y = N_d \cos 2L$; was die Functionen $\Sigma_1$ und $\Sigma_2$ anbelangt, so treten hier numerische Ausdrücke auf, in welchen die verschiedenen Argumente die mittleren Längen bezeichnen; es werden die numerischen Coefficienten durch ihre Logarithmen gegeben, und die ziemlich zahlreichen, welche unter 0.01 sind, vernachlässigt.

$$\begin{aligned}\Sigma_1 = & -[0.062716] - [9.12682]\cos\text{☊} + [9.89846]\cos 2\text{☾}\\ & - [9.11376]\cos(\text{☾} - \Gamma') + [9.18342]\cos(3\text{☾} - \Gamma') + [9.12574]\cos(2\text{☾} - \text{☊}) + [9.55410]\cos 2\odot\\ \Sigma_2 = & -[9.25466]\sin\text{☊} + [9.93551]\sin 2\text{☾}\\ & + [9.22027]\sin(3\text{☾} - \Gamma') + [9.25207]\sin(2\text{☾} - \text{☊}) + [9.59136]\sin 2\odot .\end{aligned} \tag{6}$$

In diesen Ausdrücken bezeichnen die Symbole ☊, ⊙, ☾ etc. die mittleren Längen. Die Verwendung der soeben beschriebenen Methode zur Bestimmung der Constanten der täglichen Nutation vermittelst der in Cointe (Lüttich) gemachten Beobachtungen der Sterne $t$ und $Q$ ergiebt

| 1888 | | Sternzeit | Azimuth (beob.) |
|---|---|---|---|
| Sept. 26 | $t$ | $20^h 19^m 26^s$ | 3′ 29″ W |
| » » | $Q$ | 20 27 5 | 5 18 |
| » 27 | $t$ | 1 14 0 | 4 30 |
| » » | $Q$ | 1 27 45 | 1 19 E |

Die Anwendung der Formel (2) gab zuerst

$$\text{für } t \quad \alpha = 17^h 25^m 19^s\!.9$$
$$\text{für } Q \quad \alpha = 12\ 36\ 51.4$$

woraus vermittelst der Formeln (3) und (4) sich ergiebt

$$\begin{array}{lcc} & t & Q \\ \text{Poldistanz} = & 3'\ 13''\!.0 & 3'\ 47''\!.2 \end{array}$$

und mit den Formeln (5)

$$\alpha = \begin{cases} 17^h 25^m 20^s\!.77 & 12^h 36^m 37^s\!.89 \\ 17\ 25\ 58.50 & 12\ 36\ 47.72 \end{cases}$$

entsprechend der Sternzeit der Beobachtungen, woraus man

$$\begin{array}{lcc} & t & Q \\ \Delta\alpha = & -37^s\!.73 & -9^s\!.83 \end{array}$$

zieht.

Man findet durch Anwendung der Formeln (6) für die mittleren Beobachtungszeiten

| | Mittl. Sternzeit | $\Sigma_1$ | | $\Sigma_2$ |
|---|---|---|---|---|
| Sept. 26 | $20^h 23^m$ | −1.3894 | und | +0.1909 |
| » 27 | 1 20 | −1.4719 | | −0.0616 . |

Die Anwendung der Formel (7) erlaubt die Gleichungen

$$37^s\!.73 = 1062.8\,y - 2722.4\,x$$
$$9.83 = 2594\,y - 110.6\,x$$

herzustellen, aus welchen sich folgende Werthe ergeben:

$$N_d = 0''\!.19 \qquad L = 9^h 30^m \text{ E von Cointe}$$
$$= 9\ 43 \text{ E von Paris.}$$

Man sieht, dass drei Beobachtungen eines Sterns, in einer nämlichen Nacht, mit einem Abstande von ungefähr 6 Stunden zwischeneinander, genügen, um die zwei Gleichungen zu geben, welche zur Bestimmung der täglichen Nutation erforderlich sind.

Wie die Formel zeigt, ist der Abstand von 6 Stunden der zweckmässigste. Besonders hebe ich noch den grossen Nutzen hervor, die zwei äussersten Beobachtungen durch genau 12 Stunden von einander zu trennen.

Später werde ich zeigen, von welchem Vortheil letztere sein können; gegenwärtig beschränke ich mich auf die Erforschung der Constanten der täglichen Nutation. Es sei nur noch erwähnt, dass sie für Untersuchungen über Refraction und über Variationen der Polhöhe von Nutzen sein können.

Diese Beobachtungen lassen sich nur im Winter gut ausführen.

Ich hoffe, dieser Aufsatz wird den Astronomen noch zeitig genug bekannt werden, dass sie diese Methoden noch in gegenwärtiger Jahreszeit werden anwenden können. Ich wäre ihnen zum höchsten Dank verpflichtet, wenn sie die Güte haben wollten, mir die Resultate der azimuthalen Beobachtungen der besprochenen Sterne, in einem Abstande von 12 Stunden, mitzutheilen.

Brüssel, 1889 Jan. 23. *F. Folie.*

---

Zusatz.

Nach dem Schlusse dieses Aufsatzes empfange ich vom Astronomen Herrn Niesten die Resultate, welche ihm die Anwendung meiner Formeln auf die Beobachtungen der Polarissima in Kiew (Juni–August 1879) gegeben haben.*)

Sie sind ebenso bündig als die vorhergehenden.

Beobachtungen der Polarissima (Kiew).

| | | $K$ | $L$ |
|---|---|---|---|
| 1) | 1879 Juni 17 | $K = 0''\!.122$ | $L = 104^\circ\!.6$ E von Kiew |
| 2) | » 20 | 0.044 | 96.8 |
| 3) | » 21 | 0.104 | 101.6 |
| 4) | » 22 | 0.102 | 120.6 |
| 5) | » 25 | 0.088 | 98.0 |
| 6) | Juli 1 | 0.063 | 123.8 |
| 7) | » 4 | 0.119 | 178.5 |
| 8) | » 7 | 0.095 | 135.5 |
| 9) | Aug. 9 | 0.050 | 112.2 |
| 10) | » 17 | 0.114 | 136.7 |
| 11) | » 18 | 0.128 | 150.0 |
| 12) | » 21 | 0.137 | 90.6 |
| | Mittel: | $K = 0.103$ | $L = 120$ E von Kiew |
| | | | + 30.5 Gr.—Kiew |
| | | | $L = 150.5$ E v. Greenw. |
| | | | = 10 Stunden |

*) Herr Niesten gebrauchte die AR. und die Decl. von Beobachtungen, welche in einer und derselben Nacht gemacht wurden, und in einem Intervall von einer gewissen Zahl Stunden.