ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 496.

Schreiben des Herrn *Houzeau* in Mons an den Herausgeber.

Mons 1844. Januar 19.

Monsieur,

Je m'étais permis de vous adresser directement, au mois de Novembre dernier, une discussion des observations de la lumière zodiacale; j'attachais d'ailleurs peu d'importance à ce travail, la question ne pouvant pas être traité indépendamment de toute hypothèse. Des recherches d'un genre différent m'ont amené depuis à reconnaître une inégalité, due à l'aberration de la lumière, dans le mouvement relatif des étoiles doubles qui possèdent un mouvement propre. J'en déduis plusieurs conséquences qui me paraissent dignes de quelque intérèt astronomique: je ramène entre autres, par cette considération, la marche du compagnon de 70 p Ophiuchi aux lois de la gravitation Newtonnienne.

J. C. Houzeau.

P. S. La date mise au bas de l'article est celle de la première communication, faite à Monsieur *Quetelet*.

D'un nouvel effet de l'aberration de la lumière particulier aux étoiles doubles qui possèdent un mouvement propre. Sur les systèmes binaires 61 Cygni et 70 p Ophiuchi.

Par Mr. *Houzeau.*

Les mouvements relatifs des deux étoiles qui composent le groupe binaire 70 p Ophiuchi, ont présenté une irrégularité inattendue, restée jusqu'ici sans explication. Cette irrégularité, mise hors de doute par *Mädler*, dans le Nr. 444 des Astronomische Nachrichten, avait conduit ce savant astronome aux conclusions suivantes: „oubien, disait-il, le mouvement, dans „ce système, ne suit pas les lois de *Newton*; oubien les cen-„tres des figures que les deux étoiles décrivent pour nous, ne „sont pas les centres de gravité des masses.“ Je vais essayer de montrer qu'il n'est pas nécessaire, pour représenter les phénomènes observés, de recourir à l'une ni à l'autre de ces hypothèses. Une conséquence jusqu'à présent inaperçue de l'aberration de la lumière, particulière aux étoiles doubles qui possèdent un mouvement propre, me servira à résoudre la difficulté. Je démontrerai, dans cette note, l'existence de cette nouvelle équation d'aberration; je donnerai les formules nécessaires pour la calculer; et enfin dans l'application que je tenterai de ces formules à la marche du compagnon de 70 p Oph., je m'efforcerai de faire disparaître les différences entre les résultats calculés et ceux de l'observation.

En m'occupant il y a quelque temps, de déterminer les éléments des orbites de plusieurs étoiles doubles, pour la plupart non encore calculées, je fus frappé d'une anomalie singulière dans les observations de 61 Cygni. En effet la courbe des angles de position, pour ce système binaire, me présentait des inflexions inexplicables entre les époques 1815 et 1838. L'arc de l'orbite apparente, tel qu'il resultait de l'ensemble des observations de distance et de direction, tournait sa convexité à l'étoile principale, à partir de 1835 environ. Ces circonstances m'amenèrent à analyser complètement les effets des aberrations absolues individuelles de chacune des deux étoiles. La direction et la grandeur de ces aberrations absolues résultaient des recherches de *Argelander* sur le mouvement propre de ces étoiles, et de celles de *Bessel* sur leur parallaxe. J'ai reconnu ainsi que la courbe décrite par le compagnon de 61 Cygni rentre dans les lois ordinaires, lorsqu'on corrige les observations de la différence des grandeurs des aberrations absolues. J'ai essayé alors d'appliquer les mêmes remarques à 70 p Ophiuchi, dont le mouvement propre est également considérable, et j'ai reconnu immédiatement que le sens des déviations observées se prètait à cette explication. Il ne restait donc qu'à soumettre ces déviations à un calcul rigoureux.

Dans tout ce qui va suivre, je nommerai toujours étoile principale celle qui sert d'origine aux coordonnées polaires qui déterminent la situation de l'autre étoile. Celle-ci sera appelée partout du nom de compagnon. Pour simplifier les raisonnements, je supposerai que l'étoile principale, dans un groupe binaire, doué d'un mouvement propre, parcourt uniformément la droite qui représente la direction de ce mouvement propre.

Comme il s'agit seulement de calculer des déplacements relatifs, les conclusions auxquelles on parviendra n'en seront pas altérées.

1. Considérons une étoile double dont le plan relatif de révolution est perpendiculaire au rayon visuel qui aboutit à l'étoile principale. L'inclinaison i sera nulle, et l'orbite apparente se confondra avec l'orbite vraie. Supposons que ce système binaire soit animé d'un mouvement propre, d'une direction quelconque dans le plan de l'orbite. Chacune des deux étoiles du groupe sera affectée d'une aberration absolue. Ainsi l'étoile principale, au lieu où nous la voyons, est reculée sur la direction du mouvement propre, de tout l'espace qu'elle parcourt sur cette droite pendant l'intervalle de temps que sa lumière met à nous parvenir. En général, pour déterminer la grandeur l de l'aberration absolue, nous aurons, en nomment m le mouvement propre annuel en arc et t le nombre d'années que la lumière met à nous venir de l'étoile,

$$l = mt$$

Pour le compagnon, la durée t reste constante, mais m n'a pas la même valeur dans toutes les parties de l'orbite.

Quand le compagnon se meut, dans son orbite, parallèlement au mouvement propre du système, et dans le même sens, sa vitesse m' surpasse la vitesse m de l'étoile principale, et son aberration absolue l' comptée d'ailleurs sur une droite parallèle, sera

$$l' = m't > l.$$

Par conséquent les situations relatives des deux corps, telles que nous les observons, en seront affectées. Il en résultera une inégalité particulière, que je désignerai sous le nom d'équation d'aberration absolue.

Quand, au contraire, le compagnon se meut en sens directement opposé au mouvement propre, on a

$$l'' = m''t < l,$$

parce que m'' représente la quantité m diminuée de toute la vitesse du compagnon dans son orbite.

Pour des directions du compagnon inclinées à celles du mouvement propre, il faudra décomposer sa vitesse dans l'orbite en deux autres, l'une parallèle, et l'autre perpendiculaire à la direction du mouvement propre. La première de ces composantes modifiera seule la vitesse m, et servira à déterminer l'aberration absolue du compagnon.

Si l'on inscrit l'ellipse décrite par la petite étoile, dans un rectangle dont deux côtés soient perpendiculaires à la direction du mouvement propre, les points de contact de ces deux côtés avec l'ellipse seront aussi deux des intersections de l'ellipse avec la courbe apparente corrigée de l'inégalité d'aberration absolue. Cette dernière courbe pourra tourner deux fois sa convexité vers l'étoile principale. Elle offrira une certaine ressemblance avec la lemniscate. Elle aura deux portions intérieures à l'ellipse et deux portions extérieures. Le calcul de la déviation, de l'inégalité en chaque point, reposera d'ailleurs uniquement sur la connaissance de la composante de la vitesse tangentielle, qui est parallèle à la direction du mouvement propre.

Examinons maintenant le phénomène dans une orbite apparente qui ne coïncide plus avec l'orbite vraie, mais qui est inclinée sur celle-ci d'un angle i. Ici le mouvement propre total μ diffère de celui m que nous observons. En nommant ψ l'angle de la direction vraie du mouvement propre avec sa projection sur l'orbite apparente, on a la relation connue

$$m = \mu \cos \psi.$$

Or, la projection k sur le plan de l'orbite apparente, d'une composante $\varkappa$ de la vitesse tangentielle dans l'ellipse vraie, prise dans cette ellipse parallèlement à la direction vraie du mouvement propre, est

$$k = \varkappa \cos \psi.$$

Ainsi les rapports de ces quantités n'éprouveront pas de changement. Seulement les projections des composantes perpendiculaires à la direction vraie du mouvement propre, ne seront plus perpendiculaires aux projections des composantes parallèles. Le problème consistera à décomposer la vitesse tangentielle dans l'ellipse projetée, suivant deux droites, l'une parallèle à la direction apparente du mouvement propre, et l'autre suivant la projection d'une perpendiculaire, élevée dans le plan de l'orbite vraie à la direction vraie du mouvement propre. De cette manière, le calcul se borne pour ainsi dire uniquement à la considération de l'orbite apparente, circonstance très propre à simplifier la mise en nombres des formules.

2. Pour déterminer exactement, et avec le plus de simplicité, les effets de l'inégalité d'aberration absolue, rapportons les positions du compagnon à deux axes rectangulaires, passant par l'étoile principale, et situés dans le plan de l'orbite apparente. Plaçons l'un de ces axes, celui des x par exemple, dans la direction du mouvement propre apparent, et comptons les x positifs dans le sens où ce mouvement emporte l'étoile principale. Comptons les y positifs du côté où l'on est amené, en partant de la partie positive de l'axe des x, et en suivant le sens de circulation du compagnon. Il est clair que l'inégalité n'aura aucune action sur les y, et que les x seuls en seront affectés. Soient x' ce que devient une valeur déterminée de x après l'application de la correction; θ l'angle de position compté depuis 0° jusqu'à 360°, à partir du côté positif de l'axe des x, dans le sens du mouvement de circulation

du compagnon; θ' le même angle corrigé de l'inégalité d'aberration; r la distance des deux étoiles dans l'ellipse apparente; r' cette même distance aussi corrigée de l'aberration. Soient encore a et b les deux-demi axes principaux de l'ellipse apparente ou projetée, P la durée de la révolution, δ l'angle de la distance r avec la normale menée à l'ellipse apparente par le point que l'on considère, et enfin π le rapport connu de la circonférence au diamètre. La vitesse tangentielle v du compagnon dans l'orbite apparente peut-être exprimée au moyen de la formule

$$v = \frac{2\pi ab}{P} \cdot \frac{1}{r\cos\delta}.$$

Nommons α l'angle (toujours moindre que 180°) de la direction apparente du mouvement propre avec la projection d'une perpendiculaire à la direction vraie de ce même mouvement propre; et N la position du nœud, comptée dans l'orbite apparente à partir des x positifs, comme les angles θ. Il sera facile de déterminer α par la relation

$$(1) \ldots\ldots\ldots\ldots \operatorname{tang}(\alpha + N) = -\frac{\cos^2 i}{\operatorname{tang} N}.$$

Enfin appelons ν l'angle compris entre le côté positif de l'axe des x et la normale élevée à l'ellipse apparente par le point dont on s'occupe, cet angle étant compté dans le sens de circulation du compagnon depuis 0° jusqu'à 360°. La composante k de la vitesse tangentielle se déterminera par l'équation

$$k = v\frac{\sin(\nu + \alpha - 90^\circ)}{\sin\alpha},$$

ou, en substituant pour v sa valeur, et en posant

$$(2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots V' = \frac{2\pi ab}{P\sin\alpha},$$

de manière à représenter par une seule lettre le facteur constant,

$$k = V'\frac{\sin(\nu + \alpha - 90^\circ)}{r\cos\delta}.$$

Lorsqu'on aura ainsi déterminé la composante k parallèle à la direction apparente du mouvement propre, il ne restera plus qu'à la multiplier par le temps t que la lumière emploie pour venir de l'étoile à nous, et à l'appliquer à l'abscisse x. Faisons

$$(3) \ldots\ldots V = V't, \quad \text{et} \quad g = \frac{\sin(\nu + \alpha - 90^\circ)}{r\cos\delta},$$

nous aurons

$$(4) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots x' = x + gV.$$

On en tirera ensuite

$$(5) \ldots\ldots \operatorname{tang}\theta' = \frac{y}{x'}, \quad r' = \frac{x'}{\cos\theta'} = \frac{y}{\sin\theta'}.$$

Ces dernières équations fournissent donc les valeurs corrigées de l'angle de position et de la distance.

3. La méthode qui précède consiste à chercher la correction de l'abscisse, et à en déduire ensuite l'effet produit, d'une part sur l'angle de position, et de l'autre sur la distance. Pour l'utilité pratique, il importait d'avoir des formules plus rapides, au moins approximatives. Je vais donc chercher à exprimer d'une manière speciale l'équation d'aberration absolue, tant en direction qu'en distance. Supposons en premier lieu, que θ' et r' fournis par l'observation, soient les quantités données, et que θ et r soient inconnus.

On déterminera d'abord d'une manière approchée l'angle constant α, pour chaque observation, les angles variables ν et δ. Ces premières valeurs seront le plus ordinairement très suffisantes.

On tire de la théorie exposée plus haut

$$y = r'\sin\theta', \quad x' = r'\cos\theta', \quad x = x' - V\frac{\sin(\nu + \alpha - 90^\circ)}{\cos\delta} \cdot \frac{1}{r}.$$

En élevant x au carré, et en négligeant le dernir terme, qui est du second ordre par rapport à $\frac{1}{r}$, on trouve

$$x^2 = x'^2 - 2x'V\frac{\sin(\nu + \alpha - 90^\circ)}{\cos\delta} \cdot \frac{1}{r}.$$

En introduisant cette valeur de x^2 dans la formule $r = \sqrt{(y^2 + x^2)}$, et si l'on observe que $y^2 + x'^2 = r'^2$, on obtient

$$r = \sqrt{\left(r'^2 - 2x'V\frac{\sin(\nu + \alpha - 90^\circ)}{\cos\delta} \cdot \frac{1}{r}\right)}.$$

La racine du second membre, lorsqu'on se borne aux deux premiers termes du développement, nous donne enfin

$$r = r' - x'V\frac{\sin(\nu + \alpha - 90^\circ)}{\cos\delta} \cdot \frac{1}{rr'},$$

ou, après qu'on a substitué la valeur de x'

$$r = r' - V\frac{\cos\theta'}{r} \cdot \frac{\sin(\nu + \alpha - 90^\circ)}{\cos\delta} \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

On pourra remplacer r par r' au dénominateur du dernier terme, sauf à restituer r, si on le juge nécessaire, lorsqu'on en connaîtra une première valeur approchée.

Pour l'angle de position, on a

$$\sin\theta = \frac{y}{r};$$

et comme on connait y, il n'y aura qu'à substituer la valeur de r. On obtiendra de cette manière, après avoir effectué la division, et en se bornant aux deux premiers termes du quotient,

$$\sin\theta = \sin\theta' + \frac{x'y}{r^2 r'^2} \cdot \frac{\sin(\nu + \alpha - 90^\circ)}{\cos\delta} \cdot V;$$

d'où l'on tire, en remplacant x' et y par leurs valeurs, et en exprimant la correction de l'angle θ en minutes d'arc,

$$\theta = \theta' + V\frac{\sin\theta'}{r^2\sin 1'} \cdot \frac{\sin(\nu + \alpha - 90^\circ)}{\cos\delta} \ldots\ldots\ldots (7)$$

On pourra aussi substituer r'^2 à r^2 au dénominateur.

S'il s'agissait maintenant d'obtenir r' et θ' au moyen de r et de θ supposés connus, on remplacerait, dans les équations (6) et (7) $\cos\theta'$ et $\sin\theta$ par $\cos\theta$ et $\sin\theta$ qui en diffèrent assez peu, de sorte que l'on aurait les formules

$$r' = r + V\frac{\cos\theta}{r}\cdot\frac{\sin(\nu+\alpha-90^\circ)}{\cos\delta} \;\ldots\ldots\ldots (8)$$

$$\theta' = \theta - V\frac{\sin\theta}{r^2\sin 1''}\cdot\frac{\sin(\nu+\alpha-90^\circ)}{\cos\delta} \;\ldots\ldots\ldots (9)$$

(Der Beschlufs folgt.)

Auszug aus zwei Briefen des Herrn Hofraths *Gauss* an den Herausgeber.

Herr Hofrath *Gauss* hat mir in einem Briefe vom 16ten folgende Beobachtungen des Cometen gesandt.

		AR.	δ
1844 Januar 15	$8^h 18' 17''8$ m. Z.	$77^\circ 20' 59''6$	—— ——
	8 10 44,5 ——	—— ——	$+3^\circ 49' 47''3$

Der Comet ging einem Sterne, dessen Position für diesen Tag Dr. *Goldschmidt* zu $78^\circ 17' 2''3$ $+3^\circ 51' 2''9$ berechnet hatte, um $8^h 18' 17''8$ vor $3' 44''18$, und war um $8^h 10' 44''5$ m. Zt. $1' 15''6$ südlicher. Herr Hofrath *Gauss* hält diese Beobachtung für so gut, als er sie bei der grofsen Lichtschwäche des Cometen mit dem Kreismicrometer machen konnte, wenn, wie es sich von selbst versteht, der Stern gut bestimmt ist,

In einem späteren Briefe vom 21sten hat Herr Hofrath *Gauss* mir gefälligst die Vergleichung der Beobachtungen mit den 2ten *Goldschmidt*schen Elementen mitgetheilt, die ich hier folgen lasse.

Dr. *Goldschmidts* Vergleichung der Beobb. des *Faye*schen Cometen mit seinen 2ten Elementen.

		AR.	Decl.	
1843 Nov.	24	— 2″1	— 0″2	Paris
	26	—15,2	+10,0	Paris
	27	—10,8	+ 9,4	Paris
	28	—11,2	— 7,5	Paris
	29	— 4,7	+ 5,2	Paris
Dec.	1	— 6,2	+ 0,2	Hamburg
		— 5,3	+10,5	Altona
	2	— 5,8	+ 9,8	Bonn
		—10,6	+ 1,0	Paris
	4	+ 7,2	+ 7,8	Altona
	9	—10,2	+ 9,0	Hamburg
		+ 5,2	+ 8,9	Altona
		+ 1,0	— 2,9	Berlin
		+ 7,8	+ 3,7	Altona (Merid. Beob.)
		——	— 7,7	Hamburg (Merid. Beob.)
	10	+ 6,2	— 6,1	Hamburg
		+ 2,3	— 8,3	Bonn
1843 Dec.	10.	+ 5″1	— 5″4	Altona
		+ 1,9	— 1,3	Berlin
		+ 7,5	— 9,8	Altona (Merid. Beob.)
		— 0,1	— 7,8	Bonn (Merid. Beob.)
	11	— 3,2	— 4,8	Bonn
		— 7,8	—14,9	Paris
		— 5,3	—11,4	Hamburg
		+ 8,2	— 9,1	Altona
		+ 6,3	— 6,7	Altona (Merid. Beob.)
	12	+ 2,7	—22,2	Paris
		0,0	— 8,0	Bonn
	13	+ 6,5	—12,8	Hamburg
		+ 6,2	—10,2	Altona
		— 7,1	+ 0,6	Göttingen
		+ 4,8	+ 0,6	Berlin
	15	——	+ 0,3	Hamburg (Merid. Beob.)
	16	— 2,0	—12,9	Bonn
		— 0,3	+ 0,6	Berlin
	17	— 1,0	— 7,0	Hamburg
		+ 0,1	— 0,9	Berlin
	24	+10,5	— 8,8	Padua (*Santini*)
		—15,7	— 1,9	—— (*Pietropoli*)
	25	+ 4,1	— 7,8	Padua (*Santini*)
		+71,1	—39,3	—— (*Pietropoli*)
	26	+ 8,1	— 7,5	Bonn
1844 Jan.	8	+13,9	+21,2	Berlin
	9	+11,7	— 2,0	Altona
		+ 7,2	——	Göttingen
		+18,6	+25,7	Berlin
	10	+15,9	+31,9	Berlin
	11	+24,5	+ 3,8	Göttingen
	15	+27,3	+25,5	Göttingen

Verbesserungen.

In Nr. 494 p. 221. Zeile 19 v. u. statt $25^\circ 86'$ l. m. $25''86$ (Zeit)
„ 495 „ 293. „ 2 „ „ „ 18,33125 „ 18,331325.

S.